

Управление образования администрации  
Верхнебуреинского муниципального района Хабаровского края  
Муниципальное бюджетное учреждение дополнительного образования  
Центр развития творчества детей и юношества  
городского поселения «Рабочий поселок Чегдомын»  
Верхнебуреинского муниципального района  
Хабаровского края  
(филиал)

Рассмотрено  
на заседании НМС  
Протокол № 5  
« 05 » сентября 2025 г



Утверждаю  
директор ЦРТДиЮ  
/Керн И.Ю.  
Приказ № 56  
от « 05 » сентября 2025 г  
МП

**Дополнительная общеобразовательная  
общеразвивающая  
программа «Математическая смекалка»  
естественнонаучной направленности**

Стартовый уровень  
Возраст детей: 14 - 16 лет  
Срок реализации: 1 год

Автор - составитель:  
Баклаженко Д.П.,  
педагог дополнительного  
образования

п. Новый Ургал,  
2025 г

## **I. Комплекс основных характеристик программы**

### **1.1. Пояснительная записка.**

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математическая смекалка» разработана в соответствии:

- Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 31.03.2022г. № 678-р «Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года»;

- Приказ Минпросвещения Российской Федерации от 27 июля 2022 г. № 629 «Об утверждении порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам»;

- Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 28 сентября 2020 года № 28 «Об утверждении санитарных правил СП 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организации воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи»;

- Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 28 января 2021 года № 2 «Об утверждении санитарных правил и норм СанПиН 1.2.3685-21 «Гигиенические нормативы и требования к обеспечению безопасности и (или) безвредности для человека факторов среды обитания»;

- Распоряжение Министерства образования и науки Хабаровского края от 26.09.2019 г. № 1321 «Об утверждении методических рекомендаций «Правила персонифицированного финансирования дополнительного образования детей в городском округе, муниципальном районе Хабаровского края»;

- Методические рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы) (Письмо Министерства образования и науки Российской Федерации от 18 ноября 2015 г. № 09-3242);

- Методические рекомендациями по формированию механизмов обновления содержания, методов и технологий обучения в системе дополнительного образования детей, направленных на повышение качества дополнительного образования детей, в том числе включение компонентов, обеспечивающих формирование функциональной грамотности и компетентностей, связанных с эмоциональным, физическим, интеллектуальным, духовным развитием человека, значимых для вхождения Российской Федерации в число десяти ведущих стран мира по качеству общего образования, для реализации приоритетных направлений научно-технологического и культурного развития страны (Письмо Минпросвещения Российской Федерации от 29 сентября 2023 г. № АБ-3935/06);

- Приказ краевого государственного автономного образовательного учреждения дополнительного образования «Центр развития творчества детей (региональный модельный центр дополнительного образования детей Хабаровского края)» от 27.05.2025 г. №220 П «Об утверждении Положения о дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе, реализуемой в Хабаровском крае»;

- Устав муниципального бюджетного учреждения дополнительного образования Центр развития творчества детей и юношества городского поселения «Рабочий поселок Чегдомын» Верхнебуреинского муниципального района Хабаровского края (далее - ЦРТДиЮ).

**Направленность** образовательной программы: естественнонаучная, рассчитана для обучающихся, желающих углубить свои знания в области математики.

**Уровень освоения программы:** стартовый.

**Актуальность.** Решение математических задач творческого и поискового характера проходит более успешно, если урочная деятельность дополняется внеурочной работой. В этом может помочь объединение дополнительного образования, расширяющее математический кругозор и эрудицию обучающихся, способствующее формированию познавательных универсальных учебных действий, а также общему развитию личности. Данная программа является актуальной на сегодняшний момент, так как обеспечивает развитие интеллектуальных, общеучебных умений обучающихся, необходимых для дальнейшей самореализации и формирования личности ребёнка.

**Отличительной особенностью** данной программы является то, что она даёт возможность каждому ребёнку попробовать свои силы в разных видах математических заданий, направленных как на развитие практических навыков, внимательности и наблюдательности, так и на развитие логического и абстрактного мышления.

**Адресат программы:** программа предназначена для детей в возрасте от 14 до 16 лет.

**Количество обучающихся в группе** составляет не более 15 человек.

**Объем программы.** Данная программа обучения рассчитана на 144 часа в год.

**Формы организации содержания и процесса педагогической деятельности**

Форма обучения - очная,

Основной формой организации образовательного процесса являются теоретические и практические занятия. Кроме этого занятия организуются в форме нетрадиционных занятий:

- самостоятельная деятельность учеников, состоящая в изучении доступного материала учебного пособия;
- самостоятельное решение задач, предварительно разработанных преподавателем;
- разбор олимпиадных задач;
- различные виды соревновательных занятий: интеллектуальная «драчка»; математическая «драчка»; математическая олимпиада; математический турнир; математический тренинг.

**Срок реализации программы:** 1 год обучения, 36 учебных недель, необходимых для освоения данной программы.

**Объем и срок освоения, режим занятий:**

Период	Продолжительность занятия	Количество Занятий в неделю	Кол-во Часов в неделю	Кол-во недель	Кол-во Часов в год
1 г.о.	2 ч.	2	4	36	144
Общий объем программы					144ч.

Занятия проводятся 2 раза в неделю, продолжительностью 2 астрономических часа

**1.2 Цель и задачи программы**

**Цель:** развитие интеллектуальных возможностей школьников и привитие стойкого интереса к предмету математике.

**Задачи:**

1. *Предметные:*

- научить школьников строго и чётко пользоваться терминологией самых разных областей науки и социально-общественной сферы, ориентироваться в потоке новых понятий.
- формировать умение замечать логические ошибки в устной и письменной речи, показать правильные пути опровержения этих ошибок.
- выработать практические навыки последовательного и доказательного мышления.

## 2. *Метапредметные:*

- дать представление об основных формально-логических операциях, показать логические принципы в действии при решении содержательно интересных проблем, в частности в деятельности повседневного общения;
- повысить общий уровень культуры мыслительной деятельности учащихся: развить умения анализировать, сравнивать, обобщать, устанавливать причинно-следственные связи, аргументированно проводить рассуждения и доказательства и т.д.
- управлять процессом перерастания воспроизводящей самостоятельности в творческую;
- осуществить переход от индуктивного умения оперировать суждениями и понятиями, терминами и высказываниями к сознательному применению математических правил и законов.

## 3. *Личностные:*

- воспитывать и развивать самостоятельность личности;
- формировать чувство ответственности за принимаемые решения;
- воспитывать убеждённость в преимуществах общечеловеческих ценностей;
- воспитывать культуру умственного труда.

### 1.3. Содержание программы

#### 1.3.1. Учебный план

№ п/п	Название разделов, тем	Количество часов			Формы промежуточного контроля
		Общее кол-во часов	Теория	Практика	
	Вводное занятие	1	0	1	Вступительная работа
	<b>Раздел 1. Задачи на дроби. Тожественные преобразования</b>	<b>36</b>	<b>4</b>	<b>32</b>	Решение кроссвордов
1	Тема 1.1. Сложение и вычитание алгебраических дробей	9	1	8	зачет
2	Тема 1.2. Умножение и деление алгебраических дробей	9	1	8	
3	Тема 1.3 Упрощение выражений	9	1	8	
4	Тема 1.4 Область определения	9	1	8	
	<b>Раздел 2. Нахождение процентов. Формулы сокращённого умножения</b>	<b>36</b>	<b>4</b>	<b>32</b>	Зачет
					Тест
5	Тема 2.1. Что такое процент	9	1	8	Работа по карточкам
6	Тема 2.2. Задачи на смеси	9	1	8	
7	Тема 2.3 Задачи на расчёт вкладов денежных средств	9	1	8	
8	Тема 2.4 Представление в виде диаграмм.	9	1	8	
	<b>Раздел 3. Решение линейных</b>	<b>36</b>	<b>3</b>	<b>33</b>	Аукцион знаний

	<b>уравнений. Понятие делимости</b>				
9	Тема 3.1. Свойства решений уравнений	12	1	11	Викторина
10	Тема 3.2. Нахождение НОД, НОК	12	1	11	Тест
11	Тема 3.3. Решение сложных уравнений	12	1	11	
	<b>Раздел 4. Задачи с параметрами</b>	<b>34</b>	<b>4</b>	<b>30</b>	Зачет Тест Работа по карточкам
12	Тема 4.1. Аналитический способ решения	17	2	15	
13	Тема 4.2. Графический способ решения.	17	2	15	
	Итоговое занятие	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	Контрольная работа
	Итого часов	<b>144</b>	<b>15</b>	<b>129</b>	

### 1.3.2. Содержание учебного плана

#### **Раздел 1. Задачи на дроби. Тождественные преобразования**

Тождественные преобразования рациональных выражений

Умножение и деление рациональных дробей. Действия с дробями. Смешанные числа. Дополнительные сведения о дробях. Периодические дроби.

#### **Раздел 2. Нахождение процентов. Формулы сокращённого умножения**

Знакомые и незнакомые формулы сокращённого умножения, их применение при решении задач. Умножение многочлена на многочлен. Три формулы сокращённого умножения для квадратов. Применение формул сокращённого умножения. Понятие процентного содержания. Понятие концентрации. Нахождение процентного отношения

#### **Раздел 3. Решение линейных уравнений Понятие делимости**

Применение теории делимости к решению неопределённых уравнений

Решения уравнений в целых числах: от Диофанта до доказательства теоремы Ферма

Признаки делимости на 10, 5 и 2,4,25, 8и 125, 3 и 9, 7, 11 и 13. Теорема о делимости данного числа на произведение двух взаимно простых чисел

#### **Раздел 4. Задачи с параметрами**

Применение схемы Горнера при решении уравнений с параметром. Задачи на исследование квадратичной функции, рациональных уравнений, иррациональных уравнений, логарифмических и показательных неравенств, тригонометрических уравнений, тригонометрических неравенств. Решение задач с параметрами методом исследовательского анализа.

### 1.4. Планируемые результаты

*Предметными результатами* изучения являются формирование следующих умений и навыков:

- умение пользоваться терминологией самых разных областей науки и социально-общественной сферы, ориентироваться в потоке новых понятий.

- умение замечать логические ошибки в устной и письменной речи, показать правильные пути опровержения этих ошибок.

- практические навыки последовательного и доказательного мышления.

**Метапредметными результатами** изучения являются:

- представление об основных формально-логических операциях, показать логические принципы в действии при решении содержательно интересных проблем, в частности в деятельности повседневного общения;

- повышение общего уровня культуры мыслительной деятельности учащихся: умения анализировать, сравнивать, обобщать, устанавливать причинно-следственные связи, аргументированно проводить рассуждения и доказательства и т.д.

- умение управлять процессом перерастания воспроизводящей самостоятельности в творческую;

- умение оперировать суждениями и понятиями, терминами и высказываниями к сознательному применению математических правил и законов.

**Личностными результатами** изучения программы является формирование:

- Чувства ответственности за принимаемые решения;
- Самостоятельность личности;
- Убежденности в преимуществах общечеловеческих ценностей;
- Культуры умственного труда.

## 2. Комплекс организационно-педагогических условий.

### 2.1. Календарный учебный график

№ п/п	Месяц	Дата	Тема занятия	Форма проведения	Кол-во часов	Форма контроля	Примечание
1			Вводное занятие		1	Вступительная работа	
2-4	сентябрь		Тождественные преобразования рациональных выражений	Учебное занятие	3	тест	
5-6	октябрь		Умножение и деление рациональных дробей.	Учебное занятие	2	тест	
7-8			Действия с дробями. Смешанные числа.	Учебное занятие	2	Работа с карточками	
9-10			Дополнительные сведения о дробях. Периодические дроби.	Учебное занятие	2	Открытое занятие	
		ноябрь					
11-12	Ноябрь		Знакомые и неизвестные формулы сокращенного умножения, их применение при решении задач.	Учебное занятие	2	Работа с карточками	
13-14	декабрь		Умножение многочлена на многочлен.	Учебное занятие	2	тест	
15-16	декабрь		Три формулы сокращенного умножения для квадратов. Применение формул сокращенного умножения.	Учебное занятие	2	Работа с карточками	
17-18	январь		Понятие процентного содержания. Понятие концентрации.	Учебное занятие	2	Коллективное обсуждение	

19			Нахождение процентного отношения	Учебное занятие	1	срез	
20	Январь		Применение теории делимости к решению неопределенных уравнений	Учебное занятие	1	Открытое занятие	
21-22	февраль		Решения уравнений в целых числах: от Диофанта до доказательства теоремы Ферма	Учебное занятие	2	Презентация (коллективное обсуждение)	
23-24	Февраль		Признаки делимости на 10, 5 и 2,4,25, 8и 125, 3 и 9, 7, 11 и 13.	Учебное занятие Презентация	2	Аукцион знаний	
25-26	март		Теорема о делимости данного числа на произведение двух взаимно простых чисел	Учебное занятие	2	Работа по карточкам	
27	март		Применение схемы Горнера при решении уравнений с параметром.	Учебное занятие	1	тест	
28			Задачи на исследование квадратичной функции	Учебное занятие	1	Работа по карточкам	
29	Апрель		Задачи на исследование рациональных уравнений	Учебное занятие	1	Работа по карточкам	
30			Задачи на исследование иррациональных уравнений	Учебное занятие	1	Работа по карточкам	
31			Задачи на исследование логарифмических и показательных неравенств	Учебное занятие Презентация	1	Работа по карточкам	
32			Задачи на исследование тригонометрических уравнений	Учебное занятие Презентация	1	Работа по карточкам	
33			Задачи на исследование тригонометрических неравенств	Учебное занятие	1	Работа по карточкам	
34-35	Май		Решение задач с параметрами методом исследовательского анализа.	Математическое состязание	2	Выполнение дифференцированных практических заданий	

						различных уровней сложности	
36			Итоговое занятие	Учебное занятие	1	Контрольная работа	

## 2.2. Условия реализации программы

Программа реализуется через специально созданные условия:

*Методическое обеспечение:* наличие программы, методические рекомендации и разработки, наглядные пособия.

*Материально - техническое оснащение занятий:*

Учебный класс с естественным и искусственным освещением, стол и стул для педагога, 10 столов и 20 стульев для обучающихся, доска, мел, чертёжные инструменты, наглядные пособия (таблицы, геометрические фигуры), компьютер, проектор, интерактивная доска, слайд-проектор.

*Инструменты и приспособления:* ручка, карандаш простой, чертежные инструменты, ножницы, указка, магниты.

*Материалы:* тетради, цветная бумага, картон белый и цветной, доска.

Программа корректируема, поскольку имеет возможность своевременно обнаружить отклонения или сбои, быстро на них реагировать, меняя детали, частные аспекты, переставляя разделы, варьируя методику.

Дополнительная общеобразовательная программа «Математическая лестница» основана на положениях новой идеологии дополнительного образования: свобода выбора образовательных программ; ориентация на метапредметные и личностные результаты образования; модульность содержания образовательных программ; вариативность, гибкость и мобильность образовательных программ и форм их реализации; соответствие образовательных программ и форм дополнительного образования возрастным и индивидуальным потребностям детей, творческий и продуктивный характер образовательных программ; постепенный вход в программу (от пассивности к активности), опора на инициативы детей и семьи.

Основными *формами образовательного процесса* являются:

- практико-ориентированные учебные занятия;
- лекционная
- практическая;
- групповая;
- индивидуальная;
- коллективная.

Успешность реализации программы и достижение учащимися высоких результатов во многом зависят не только от оснащённости методико-дидактическим материалом, но и технической. Кабинет должен быть хорошо освещён естественным светом. Стулья должны соответствовать возрасту детей и иметь маркировку. Наряду с литературным фондом хорошо иметь современные технические средства обучения: компьютер, проектор и пр.

## 2.3. Формы аттестации/контроля

На занятиях применяется безоценочный способ контроля знаний.

Содержательная оценка работы каждого ученика обязательно озвучивается в конце каждого занятия и строится на анализе мысленной и

письменной деятельности, последовательности и эффективности выполненных действий.

*Уровень достижений учащихся определяется в результате:*

- анализа самостоятельных, творческих, исследовательских работ;
- выполнения письменных работ;
- беседы с обучающимися;
- тестирования.

Программа предусматривает следующие **формы контроля:**

Входной контроль в форме собеседования, тестирования, анкетирования.

Текущий контроль проводится в форме наблюдений, устных рекомендаций преподавателя, в форме коллективного обсуждения.

Промежуточный контроль проводится в рамках аттестации обучающихся в формах: открытое занятие, срезовые и тестовые работы.

Итоговый контроль проводится в конце учебного года и по окончании образовательной программы в форме контрольной работы.

Занятия рассчитаны на групповую и индивидуальную работу. Они построены таким образом, что один вид деятельности сменяется другим. Это позволяет сделать работу динамичной, насыщенной и менее утомительной, при этом принимать во внимание способности каждого ученика в отдельности, включая его по мере возможности в групповую работу, моделировать и воспроизводить ситуации, трудные для ученика, но возможные в обыденной жизни; их анализ и проигрывание могут стать основой для позитивных сдвигов в развитии личности ребёнка.

Самым главным результатом данной программы является развитие интеллектуальных возможностей школьников и привитие стойкого интереса к предмету математике.

Способы определения результативности реализации программы, основные формы аттестации: работа по карточкам, решение кроссвордов, аукцион знаний, викторина, зачетные и контрольные работы и т. д.

При недостаточном освоении материала планируются дополнительные и индивидуальные занятия.

Педагогический контроль знаний, умений и навыков учащихся, осуществляется в несколько этапов и предусматривает несколько форм:

-Тестовый контроль, представляющий собой проверку репродуктивного уровня усвоения теоретических знаний с использованием карточек-заданий, решение кроссвордов, аукцион знаний, творческая зачетная работа, викторина.

- Фронтальная и индивидуальная беседа.
- Выполнение дифференцированных практических заданий различных уровней сложности.
- Решение ситуационных задач, направленное на проверку умений использовать приобретенные знания на практике.

- Игровые формы.

- Участие в конкурсах и викторинах, что позволяет воспитанникам адекватно оценивать уровень своего мастерства и результаты труда.

Формы подведения итогов реализации программы: проверочная работа, тестирование, контрольная работа.

Для аттестации обучающихся разрабатываются задания, упражнения, позволяющие оценить приобретенные знания, умения и навыки.

Итоговая аттестация проводится по окончании срока освоения дополнительной общеразвивающей программы в форме выполнения контрольной работы.

Наиболее подходящей формой оценки работ является совместный просмотр и коллективное обсуждение решения детей, а также советы по устранению ошибок. При проведении опросов, суждения, советы высказываются педагогом в свободном общении, как пожелания ученику.

Стимулы: похвала, моральная поддержка, награждение грамотой.

#### 2.4. Оценочные материалы

Тест по теме: «Тождественное преобразование рациональных выражений»

1. Упростите выражение:  $(x + \frac{x}{y}) : (x - \frac{x}{y})$

a)  $\frac{y+1}{y-1}$

б)  $\frac{y-1}{y+1}$

в)  $\frac{xy+x}{y}$

2. Упростите выражение:  $(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}) \cdot \frac{4ab}{a-b}$

a)  $\frac{4ab}{a-b}$

б)  $\frac{4a+4b}{a-b}$

в)  $4a+4b$

3. Упростите выражение:  $\frac{a}{b} - \frac{a^2-b^2}{b^2} : \frac{a+b}{b}$

a) 1

б)  $\frac{a-b}{b}$

в) -1

4. Выполните действия:  $\frac{b+4}{b^2-6b+9} : \frac{b^2-16}{2b-6} - \frac{2}{b-4}$

a)  $-\frac{4}{b-3}$

б)  $\frac{4}{b-3}$

в)  $\frac{2}{(b-3)(b-4)}$

5. Упростите выражение:  $(\frac{1}{a-6} - \frac{1}{a+6}) : \frac{2}{a+6}$

а)  $\frac{6}{a+6}$

б)  $\frac{6}{a-6}$

в)  $6(a-6)$

Оценочные материалы представлены в приложениях.

## 2.5. Методические материалы

Представленная программа построена на принципах развивающего обучения, предполагающего формирование у детей умения самостоятельно мыслить, анализировать, обобщать, устанавливать причинно-следственные связи.

Методические занятия в объединении являются комплексными. На них используются различные виды деятельности: лекции, аналитические и эвристические беседы, наглядный (показ мультимедийных материалов, иллюстраций), постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера; моделирование – преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта (пространственно-графическая или знаково-символическая); преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область; анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных); синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов; выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов; подведение под понятие, выведение следствий; установление причинно-следственных связей, представление цепочек объектов и явлений; построение логической цепочки рассуждений, анализ истинности утверждений; доказательство; выдвижение гипотез и их обоснование; формулирование проблемы; самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера.

***Методы, в основе которых лежит способ организации занятия:***

- словесный (устное изложение, беседа, рассказ, лекция и т.д.);
- наглядный (показ мультимедийных материалов, иллюстраций, готовых работ;
- наблюдение;
- показ (выполнение педагогом), работа по образцу;
- практический (выполнение работ по инструкционным картам, схемам и др.).

***Методы, в основе которых лежит уровень деятельности детей:***

- объяснительно-иллюстративный – дети воспринимают и усваивают готовую информацию;
- репродуктивный – учащиеся воспроизводят полученные знания и освоенные способы деятельности;
- частично-поисковый – участие детей в коллективном поиске, решение поставленной задачи совместно с педагогом;

- исследовательский – самостоятельная творческая работа учащихся.

**Методы, в основе которых лежит форма организации деятельности учащихся на занятиях:**

- фронтальный – одновременная работа со всеми учащимися;
- индивидуально-фронтальный – чередование индивидуальных и фронтальных форм работы;
- групповой – организация работы в группах;
- индивидуальный – индивидуальное выполнение заданий, решение проблем.

Для организации качественных занятий необходимо:

- наличие светлого просторного помещения,
- мультимедийная техника и компьютер (для демонстрации презентаций)

Чтобы дети быстро не утомлялись и не теряли интерес к предмету, полезно вводить смену видов деятельности.

Дидактическое обеспечение дополнительной общеобразовательной программы «Математическая смекалка» располагает широким набором материалов и включает:

- видео и фотоматериалы по разделам занятий;
- литературу для обучающихся (журналы, учебные пособия, книги и др.);
- литературу для родителей;
- методическую копилку игр (для физкультминуток и на сплочение детского коллектива);
- иллюстративный материал по разделам программы (ксерокопии, рисунки, таблицы, тематические альбомы и др.).

## **2.6. Список литературы**

### **2.6.1. Список литературы для педагога**

1. А. Фарков «Математические олимпиады 5-11 классы
2. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики: Пер. с франц. \_ М.: Мир, 1986.
3. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Старинные занимательные задачи. – М.: Наука, 1988.

### **2.6.2. Список литературы для обучающихся**

1. Никольская И.Л., Семёнов Е.Е. Учимся рассуждать и доказывать: Кн. для учащихся 6 – 11 кл. ср. шк. – М.: Просвещение, 2001
2. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка: Пособие для уч-ся. – М.: Просвещение, 2000

## Приложение 1

### Вступительная работа

$$1) \left( 1\frac{3}{4} : 1,125 - 1,75 : \frac{2}{3} \right) \cdot 1\frac{5}{7} \quad 2)$$

$$\frac{12\frac{4}{5} \cdot 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11} \cdot 4,125}{2\frac{4}{7} : \frac{3}{35}}$$

$$3) \text{ Упростить выражение } \frac{4}{1-a} - \left( \frac{2a+2}{3-a} \right)^2 \cdot \left( \frac{a+9}{a^2+2a+1} + \frac{2a}{1-a^2} \right)$$

4) Какое количество воды надо добавить к 100 г 70%-ной уксусной эссенции, чтобы получить 5%-ный раствор уксуса?

5) Представить выражение  $2x^2 + 2y^2$  в виде суммы двух квадратов.

6) Решить уравнения

$$1) (x-1) \cdot (x-2) = x-2$$

$$2) 25x + 20x^2 + 4x^3 = 0$$

7) Найдите двузначное число, зная, что число его единиц на 2 больше числа десятков, а произведение искомого числа на сумму его цифр равно 280.

8) Путь от  $A$  до  $B$  идет 3 км в гору, 6 км под гору и 12 км по ровному месту. Этот путь мотоциклист проделал за 1 ч 7 мин, а обратный путь – за 1 ч 16 мин. Найдите скорость мотоциклиста в гору, и под гору, если на ровном месте его скорость была 18 км/ч. (При решении необходимо заметить, что и в гору, и под гору мотоциклист ехал с постоянными скоростями как на пути  $AB$ , так и на обратном пути).

## Приложение 2

### Задачи для самостоятельного решения

1. Выделите полный квадрат (квадрат двучлена) в следующих трёхчленах:

a)  $x^2 + 2x$

b)  $x^2 - 5x$

c)  $4x^2 - mx + m - 2$

2. Разложите квадратный трёхчлен на множители:

a)  $7x^2 - 5x - 12$

b)  $x^2 + (3+m)x - 3$

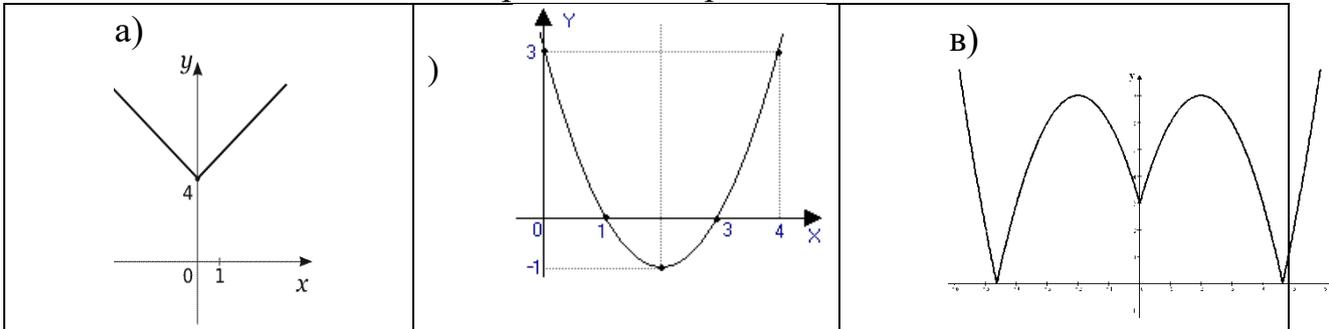
c)  $ax^2 - 2ax - 8$



**Задачи для самостоятельного решения:**

1. Функция  $y = f(x)$  задана графически. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $f(x) = a$ :

- не имеет корней;
- имеет единственный корень;
- имеет ровно два корня.



2. Для всех значений параметра  $a$  решить уравнения:

а)  $ax + \frac{8}{a} - a = 7 + \frac{3x}{a} - 2x$ ,

б)  $(a - 6)x = a^2 - 12a + 36$ .

3. Для всех действительных значений параметра  $a$  найдите число различных корней уравнения  $|x + 2| = ax + 1$  (задачу решить двумя методами).

4. Решить неравенство  $|2x + a| + |x - a| < 10$

**Задачи для самостоятельного решения:**

1. Стороны  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  треугольника  $ABC$  разделены по его обходу соответственно точками  $L$ ,  $M$ ,  $N$  в равных отношениях. Докажите что из отрезков  $AL$ ,  $BM$  и  $CN$  можно составить треугольник.

2. Докажите, что средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

3. Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей трапеции.

4. Даны четырехугольник и точка. Докажите, что точки, симметричные данной точке относительно середин сторон четырехугольника, являются вершинами параллелограмма.

5. Точка пересечения средних линий четырехугольника совпадает с точкой пересечения его диагоналей. Докажите, что четырехугольник – параллелограмм.

6. Через вершину  $A$  треугольника  $ABC$  и середину  $E$  медианы  $CD$  проведена прямая, пересекающая сторону  $BC$  в точке  $F$ . Докажите, что  $CF : FB = 1 : 2$ . В каком отношении точка  $E$  делит отрезок  $AF$ .

7. Медианы боковых сторон равнобедренного треугольника пересекаются под углом  $60^\circ$ . Найти угол при вершине треугольника.

8. В окружность с центром в точке  $O$  вписан четырехугольник  $ABCD$ , диагонали которого пересекаются в точке  $P$  и взаимно перпендикулярны. Доказать, что середины сторон  $AB$  и  $CD$ , центр  $O$  и точки  $P$  являются вершинами параллелограмма.

**Задачи для самостоятельного решения:**

1. Некто забыл последние 4 цифры телефонного номера, помнит только, что все цифры разные и среди них есть 9. Какое максимальное число номеров ему придется набрать, если он попытается дозвониться до абонента?

2. В цветочном магазине продаются цветы 6 сортов. Сколько можно составить различных букетов из 7 цветов в каждом?

3. На клумбе росло 7 тюльпанов и 8 нарциссов. Сколько букетов можно составить из 5 цветков в каждом?

4. Сколько различных слов можно составить из букв слова *колокол*?

5. Сколько различных автомобильных номеров можно составить из 28 букв и 10 цифр, если каждый номер состоит из 3 букв и 3 цифр?

6. Сколько различных «шифров» можно составить из 33 различных букв и 10 различных цифр, если каждый «шифр» составлен по схеме «цифры, буквы», «буквы, цифры» и содержит упорядоченную тройку букв и упорядоченную пару цифр?

7. У Ивана 7 книг по математике, а у Дмитрия – 9 книг. Сколькими способами они могут обменять 3 книги одного на три книги другого?

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

**СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП**

Сертификат 143507986500560089701835989304833372774460075073

Владелец Керн Ирина Юсуповна

Действителен с 02.04.2025 по 02.04.2026